

Skriptum

Mathematik 1 für Bau- und Umweltingenieurwesen

Wintersemester 2020

Errata

Reinhard Winkler
(TU Wien)

2. Februar 2021

Zusammenfassung

Die meisten Fehler aus früheren Versionen des Skriptums sind mittlerweile ausgemerzt. Ein paar haben sich in der aktuellen Version vom September 2020 der Korrektur leider immer noch widersetzt. Hier ist eine Zusammenstellung jener Druckfehler, die auch inhaltliche Fehler nach sich ziehen. Nichtmathematische Fehler sprachlicher, ortho-, typografischer und ähnlicher Natur sind nicht berücksichtigt.

Notation, erklärt am ersten und am dritten Beispiel:
p23¹⁶ bedeutet Seite 23, 16. Zeile von oben (Kopfzeile nicht mitgezählt).
p26₃ bedeutet Seite 26, 3. Zeile von unten.

p23¹⁶: $\forall x, y : x + y = y + x$
(statt $\forall a, b : x + y = y + x$)

p23²¹⁻²³: Wir schreiben $m|n$, wenn die natürliche Zahl m die natürliche Zahl n teilt, ...

p26₃: $D = \bigcap S := \{x \mid \forall M \in S : x \in M\}$ für den Durchschnitt ...
(statt $\bigcap S := \{x \mid \exists M \in S : x \in M\}$ für den Durchschnitt ...)

p27⁷: $V = \bigcup S := \{x \mid \exists M \in S : x \in M\}$
(statt $V = \bigcup S := \{x \mid \forall M \in S : x \in M\}$)

p38⁹ und p38¹⁶: $a \geq 0$ genau dann, wenn $-a \leq 0$
(statt $a \geq 0$ genau dann wenn $-a \leq a$)

p44₁₃: Satz 1.3.7.1 (statt Satz ??)

p46₁₁ und p46₉: $\sum_{k=0}^n k$ statt $\sum_{k=1}^n k$. Zwar hat es auf den Wert der Summe keinen Einfluss, ob die Summation bei $k = 0$ oder $k = 1$ beginnt, der Induktionsbeweis meint aber $k = 0$.

p49_{8,7}: Es kann also kein $n \geq 1$ ohne Primfaktorzerlegung geben. (Die Zahl $n = 0$ hat keine Primfaktorzerlegung.)

p90¹⁶: 2.1.1.2 (statt 2.1.1.1)

p100¹¹⁻¹⁴: An allen vier Stellen in diesem Bereich ist $n + 1$ durch $n - 1$ zu setzen. An der Argumentation ändert sich dadurch allerdings nichts.

p104₁₉ und ganz ähnlich p104₁₇:
Ist $\limsup_{n \rightarrow \infty} a_n \in \mathbb{R}$ eine reelle Zahl ...
bzw.
Ist $\liminf_{n \rightarrow \infty} a_n \in \mathbb{R}$ eine reelle Zahl ...
(fehlendes Symbol \in)

p104₁₅: *Sowohl $\liminf_{n \rightarrow \infty} a_n$ als auch $\limsup_{n \rightarrow \infty} a_n$ sind eindeutig bestimmt, sei es als reelle Zahl, als ∞ oder als $-\infty$.*

p105¹⁹: ... und $\frac{0}{0}$ keine allgemeingültigen Aussagen ...
(statt ... und $\frac{c}{0}$ keine allgemeingültigen Aussagen ...)

p106¹²: ... jene wichtigen Ergebnisse aus Satz 2.1.7.2 ...
(statt jene wichtigen Sätze (??) ...)

p106^{15,16}: Sodann ziehen wir Folgerungen für \mathbb{R}^n (Satz 2.1.7.3) sowie \limsup und \liminf (Satz 2.1.7.4).

p114¹⁴: Den Klammerausdruck „(zueinander offenbar äquivalenten)“ streichen.

p116⁵: $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1-q}$

p130²: ... Punkte $x \in D$ mit $x \neq x_0$.

p132¹⁸: ... stetig in $f(x_0) \in D_g$, ...

p136¹⁵: In Satz 3.1.5.2 fehlt die Voraussetzung, dass f stetig ist. Eine korrekte (und wohl auch klarer verständliche) Formulierung wäre z.B.:

a) Ist $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ stetig und streng monoton (somit injektiv), so auch die Umkehrfunktion $f^{(-1)} : f([a, b]) \rightarrow [a, b]$.

b) Ist $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ mit kompaktem (d.h. beschränktem und abgeschlossenem) D stetig

und injektiv, so ist auch die Umkehrfunktion $f^{(-1)} : f(D) \rightarrow D$ stetig.

Den Beweis von Aussage a) möchte ich in der nächsten Ausgabe besser ausarbeiten, den von Aussage b) ergänzen. Prüfen werde ich die Beweise nicht.

p139¹⁻³, Ergänzung: Satz 3.1.6.1 gilt nicht nur für abgeschlossene Teilmengen D von \mathbb{R} , sondern für beliebige vollständige metrische Räume.

p144²: Zu je zwei Polynomen f_1 und $f_2 \neq 0$ gibt es ...

p161_{2,1}: ... mit Exponenten α : $f(x) = \text{pot}_\alpha(x) = x^\alpha$ für alle $x \in \mathbb{R}^+$.

p162₉: ... die Funktion $g := f \circ \exp : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, ...

p172₁₃, Exponent -1 in Klammern: $(f^{(-1)})' = \frac{1}{f' \circ f^{(-1)}}$

p176₉: Statt „In Kurzschreibweise ...“ sollte es besser heißen: Erfüllen f und g in allen Punkten $x_0 \in D$ die Voraussetzungen, so gilt also $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$.

p177₅: $f(x_0) \neq 0$ (statt $f(x) \neq 0$)

p178³: $\text{pot}_{\frac{1}{n}}$ (statt $p_{\frac{1}{n}}$)

p184, Satz 4.2.4.2 (Taylor), Formulierung: Statt „stetig auf $[x_0, x]$ “ muss „ n -mal stetig differenzierbar auf $[x_0, x]$ “ vorausgesetzt werden. [Anmerkung: Wegen der vorausgesetzten $n + 1$ -fachen Differenzierbarkeit auf dem offenen Intervall (x_0, x) stellt diese stärkere Voraussetzung zusätzlich de facto nur die Stetigkeit von $f^{(n)}$ an den Stellen x_0 und x sicher.]

p184₇: (x, x_0) (statt $(x.x_0)$)

p200⁶: Beim Arcuscotangens sind Definitions- und Wertebereich vertauscht, also: $\text{arccot} : \mathbb{R} \rightarrow (0, \pi)$

p201₆: ... die Gleichung $x^2 + y^2 = 1$...

p205₂: $a, b \in K$ (statt $a, b \in \mathbb{R}^n$)

p206¹⁸: **Potenzfunktionen** pot_α (statt **Potenzfunktionen** p_α)

p208⁹, nochmals: pot_n (statt p_n)

p217₁: ... Dirichletsche Sprungfunktion $f = \mathbf{1}_{\mathbb{Q}}$, ...

p219²: ... sowohl $O(f, Z) - U(f, Z) < \varepsilon$ als auch ...

p220^{1,2}: ... z.B. auf $[a, b] = [0, 1]$ mit $\int_a^b f(x) dx = \frac{b^2 - a^2}{2}$, also $\int_0^1 x dx = \frac{1}{2}$, vgl. Übungsaufgabe 272. ...

p220⁶ und p221₁₄: $\varepsilon > 0$

p225₅:

$$S(f, Z, B) = \sum_{i=1}^n f(\xi_i)(x_i - x_{i-1}) = \sum_{i=1}^n (F(x_i) - F(x_{i-1})) =$$

p226_{13,14}: ..., dass Stammfunktionen auf zusammenhängenden Mengen ...

p226₅: $(\ln |x|)' = (\ln(-x))' = \frac{1}{-x}(-1) = \frac{1}{x}$

p231₁₃: $x = t - \frac{\beta}{2}$ (statt $x = t + \frac{\beta}{2}$)