Vorlesungstagebuch
Mathematik 2 für Bauingenieurwesen
Sommersemester 2019

Reinhard Winkler
(TU Wien)

5. Juni 2019

Mi, 6.3.: Vorbesprechung: Organisatorisches. Überblick über die Kapitel der Vorlesung. Beginn mit Kapitel 1 (Lineare Algebra), Abschnitt 1.1 (Vektorräume und ihre Geometrie), 1.1.1 (Vektorraum als abstrakte Struktur), Anfang von 1.1.2 (Unterraum, Linearkombination und Erzeugnis) bis Definition 1.1.2.1 (Unterraum), außerdem Linearkombination.

Mo, 11.3.: Rest von 1.1: Abschluss von 1.1.2, 1.1.3 (Lineare Unabhängigkeit), 1.1.4 (Basen), 1.1.5 (Dimension).

Di, 12.3.: Beginn mit 1.2 (Lineare Abbildungen): 1.2.1 (Der Begriff der linearen Abbildung), 1.2.2 (Lineare Abbildungen und Dimension).

Mi, 13.3.: Rest von 1.2: 1.2.3 (Festlegung einer linearen Abbildung auf einer Basis), 1.2.4 (Vektorräume linearer Abbildungen), 1.2.5 (Beispiele linearer Abbildungen und ihrer geometrischen Deutung.

Mo, 18.3.: Beginn mit 1.3 (Matrizen): 1.3.1 (Matrizen als $n \times m$-Vektoren (-Zahlenschemata)), 1.3.2 (Die Matrix einer linearen Abbildung bezüglich gegebener Basen), 1.3.3 (Das Matrizenprodukt), 1.3.4 (Matrizenkalkül).

Di, 19.3.: Inverse Matrix und 1.3.5 (Transformation bei Basiswechsel, gegenüber dem Skriptum etwas gestrafft). 1.4 Multilinearität: 1.4.1 (Multilineare Abbildungen, überwiegend mündlich; wichtig: eindeutig bestimmt durch die Werte auf einer Basis), 1.4.2 (Interessante Beispiele multilinearer Abbildungen), 1.4.3 (Skalarprodukt, Anfang)

Mi, 20.3.: Fortsetzung von 1.4.3 (Skalarprodukt, Wiederholungen aus Mathematik 1 vorwiegend mündlich), 1.4.4 (Orthogonale Matrizen, vor allem Definition 1.4.4.1 und Satz 1.4.4.2), 1.4.5 (Determinanten, Anfang bis 2×2-Determinante.

Mo, 25.3.: 1.4.5 (Determinanten) abgeschlossen. 1.5 (Lineare Gleichungssysteme) begonnen mit 1.5.1 (Problemstellung).

Di, 26.3.: 1.5.2 (Ein einfaches Beispiel), 1.5.3 (Berechnung der inversen Matrix), 1.5.4 (Berechnung der Determinante) und Anfang von 1.5.5 (Lösung linearer Gleichungssysteme, allgemeiner Fall).

Mi, 27.3.: 1.5.5 abgeschlossen. Aus 1.5.6 (Ergänzende Bemerkungen) das Wichtigste erwähnt, kein Prüfungsstoff. 1.5.7 (Ausgleichsrechnung) ausgelassen. Aus 1.6 (Eigenwerttheorie) zunächst 1.6.1 (Eigenwert, -vektor, -raum), nur teilweise 1.6.2 (Basiswechsel und ähnliche Matrizen) und 1.6.3 (Transformation auf Diagonalgestalt). Aus 1.6 noch nicht behandelt: quadratische Formen und Hauptachsentransformation (hilft beim tieferen Verständnis von 2.4, kein Prüfungsstoff).

Mo, 1.4.: Mit Kapitel 2 begonnen, Abschnitt 2.1 (nichtlineare Geometrie im $\mathbb{R}^n$) zur Gänze behandelt: 2.1.1 (Motivation), 2.1.2 (Höherdimensionale Folgen und stetige Funktionen), 2.1.3 (Reellwertige Funktionen – Funktionsgebirge), 2.1.4 (Kurven und Flächen), 2.1.5 (Koordinatentransformationen). 2.1.6 (Vektorfelder).

Di, 2.4.: Abschnitt 2.2 (Die Ableitung im Höherdimensionalen) begonnen mit 2.2.1 (Richtungs- und partielle Ableitungen), 2.2.2 (Definition der Ableitung als lineare Approximation) und Anfang von 2.2.3 (Funktionalmatrix und -determinante).

Mi, 3.4.: 2.2.3 abgeschlossen und 2.2.4 (Entfaltung der Differentialrechnung).

Mo, 8.4.: 2.2.5 (geometrische Interpretation der Ableitung), 2.2.6 (Potentialfelder). 2.2.7 (Ergänzungen und Illustrationen zu Potentialfeldern) musste übersprungen werden, kein Prüfungsstoff.

Di, 9.4.: 2.3 (Nichtlineare Gleichungssysteme) großteils gemacht: 2.3.1 (Überblick), 2.3.2 (Mehrdimensionales Newtonverfahren) und 2.3.3 (Lokale Umkehrfunktionen) vollständig, 2.3.4 (Implizite Funktionen) großteils.

Mi, 10.4.: 2.3.4 mit dem Hauptsatz über implizite Funktionen abgeschlossen. In Abschnitt 2.4 (Extremwertbestimmung in mehreren Variablen) Konzentration aufs Wichtigste: 2.4.1 (Problemstellung und Lösungsstrategie im Überblick), 2.4.2 (Die lokale Gestalt von Flächenstücken und der Satz von Taylor) verkürzt in Hinblick auf ein solides Verständnis des Hauptminorenkriteriums 2.4.2.1, 2.4.3 (Ergänzungen zum Satz vom Taylor) nur kurz mündlich besprochen (kein Prüfungsstoff), 2.4.4 (Regressionsgerade) nur kurz erwähnt (kein Prüfungsstoff), 2.4.5 Extrema unter Nebenbedingungen) und 2.5.6 (Strategie zur Lösung von Extremwertaufgaben) wieder vollständig in den wesentlichen Inhalten.

OSTERPAUSE

Mo, 29.4.: Beginn Kapitel 3 (Differentialgleichungen), Abschnitt 3.1 (Allgemeine Theorie), mit 3.1.1 (DGLen als Funktionalgleichungen), 3.1.2 (Bemerkungen zur Notation) und 3.1.3 (Gewöhnliche und partielle DGLen).

Di, 30.4.: 3.1.4 (Ordnung versus Dimension – gekoppelte Systeme), 3.1.5 (Existenz- und Eindeutigkeit von Lösungen expliziter DGLen) zum größten Teil: Formulierung und Beweis von Satz 3.1.5.2.

Mi, 1.5.: Feiertag

Mo, 6.5.: Erläuterungen zu Satz 3.1.5.2 (Rekapitulation der Exponentialreihe als Ergebnis der Iteration in 3.1.5.2 für die besonders einfache DGL $y' = y$, Beispiele für den Verlust der Eindeutig der Lösung ohne Lipschitzbedingung), 3.1.6 (Qualitative Untersuchungen autonomer DGLen, insbesondere Phasendiagramme)

Di, 7.5.: Zur Einleitung ein grober Überblick über die Abschnitte zu linearen DGLen (3.1.7, 3.2 und 3.3), 3.1.7 (Der besondere Status linearer DGLen; im Unterschied zum Skriptum erläutert anhand der n-dimensionalen Gleichung $\mathbf{y}'(t) = A(t)\mathbf{y}(t)+\mathbf{f}(t)$ mit $n\times n$-Matrix $A(t)$, dem de facto allgemeinen Fall. Struktur der Lösungsmenge als Konsequenz von Satz 3.1.5.2.). Beginn von 3.2 (Einfache lineare DGLen) mit 3.2.1 (Übersicht; knapp) und 3.2.2 (Einfache homogene lineare DGLen mit konstanten Koeffizienten; ausführlich).

Mi, 8.5.: 3.2.3 (Inhomogene Gleichungen mit konstanten Koeffizienten), 3.2.4 (Einfache lineare DGLen mit nichtkonstanten Koeffizienten; integrierenden Faktor ausgelassen), 3.3 (Gekoppelte lineare DGLen; teilweise stark gekürzt) mit 3.3.1 (Homogene Systeme erster Ordnung) begonnen: Satz 3.3.1.1, danach die Eigenwert-Eigenvektormethode allerdings nur anhand der Beispiele 3.3.1.4, 3.3.1.7 und 3.3.1.8 illustriert.

Mo, 13.5.: Zunächst wurde der Rest von Abschnitt 3.3, d.h. 3.3.2 (Homogene Systeme höherer Ordnung), 3.3.3 (Inhomogene Systeme), 3.3.4 (Das Anfangswertproblem), 3.3.5 (Lösungsmethode bei konstanten Koeffizienten) und 3.3.6 (Das Anfangswertproblem für lineare DG) nur überblicksmäßig und weitgehend als Wiederholung behandelt, ist für sich alleine genommen aber kein neuer Prüfungsstoff. Etwas genauer behandelt wurde Abschnitt 3.4 (Lösungsverfahren für spezielle Typen von DGLen). Dennoch müssen die Methoden aus 3.4.1 (Potenzreihenansatz), 3.4.2 (Implizite Lösungen vermittels Trennung der Variablen), 3.4.3 (Exakte Differentialgleichungen), 3.4.4 (Integrierende Faktoren), 3.4.5 (Variablensubstitution) und 3.4.6 (Numerische Methoden) für die Prüfung nur in ihren Grundideen verstanden werden. Rezeptartige Anwendungen in umfangreichen Rechnungen im schriftlichen Teil sind nicht zu erwarten.

Di, 14.5.: Kapitel 4 (Integralrechnung in mehreren Variablen), 4.1 (Bereichsintegrale) mit 4.1.1 (Ein gemeinsamer Rahmen) und Anfang von 4.1.2 (Satz von Fubini) begonnen.

Mi, 15.5.: Abschnitt 4.1 abgeschlossen, davon ausführlich gemacht: Schluss von 4.1.2, 4.1.3 (Funktionaldeterminante) als Wiederholung von 2.2.3, 4.1.4 Substitutionsregel und 4.1.7 (Gaußsches Fehlerintegral). Die Abschnitte 4.1.5 (Definition und Grundeigenschaften der Doppelintegrale), 4.1.6 (Methoden zur Berechnung und weitere Eigenschaften, 4.1.8 (Anwendungen) und 4.1.9 (Dreifachintegrale) wurden nur teilweise und überblicksmäßig gestreift, weitgehend als Wiederholungen bzw. Illustrationen, sind aber nicht Prüfungsstoff.

Mo, 20.5.: Abschnitt 4.2 (Kurvenintegrale) vor allem mit 4.2.1 (erster Art, über Funktionen) und 4.2.2 (zweiter Art, über Vektorfelder). 4.2.3 (Wegunabhängigkeit von Kurvenintegralen in Potentialfeldern) teilweise als Wiederholung aus 2.2.6.

Di, 21.5.: Abschnitt 4.3 (Oberflächenintegrale) in gestraffter und umgereihter Darstellung (viele Inhalte aus dem Skriptum ausgelassen, einige wenige ergänzt) mit Konzentration auf die wichtigsten Inhalte: Begründung des Zusammenhangs zwischen Vektorprodukt und Parallelogrammfläche; daraus ergibt sich die Darstellung eines gekrümmten Flächeninhalts als Integral; Verallgemeinerung zum Oberflächenintegral erster Art (über eine Funktion); Oberflächenintegral zweiter Art (über ein Vektorfeld); typische Regularitätsbedingungen erwähnt, ihre Rolle aber nicht in voller Strenge diskutiert: stetige Differenzierbarkeit der Parametrisierungen von Kurve bzw. Fläche (Injektivität, eventuell bis auf eine Nullmenge, Jordan-Messbarkeit des Integrationsbereichs, d.h.: abgeschlossen, beschränkt, Rand ist eine Nullmenge)

Mi, 22.5.: Abschnitt 4.4 (Vektoranalysis und Integralsätze) mit einem kurzen Überblick begonnen. Sodann 4.4.1 (Gradient) lediglich aus 2.2.1 wiederholt, 4.4.2 (Rotation) mit geometrischer Motivation, ähnlich 4.4.3 (Divergenz) und abschließend 4.4.4 (Gemeinsamkeiten der Integralsätze).

Mo, 27.5.: Integralsätze abgeschlossen mit 4.4.5 (Green im $\mathbb{R}^2$), 4.4.6 (Stokes) und 4.4.7 (Gauß); keine Beweise, nur Formulierung der Sätze mit heuristischen Erklärungen; 4.4.8 ausgelassen. Kapitel 5 (Stochastik), Abschnitt 5.1 (Grundbegriffe) mit 5.1.1 (Wahrscheinlichkeit und Wahrscheinlichkeitsräume) begonnen.

Di, 28.5.: Fortsetzung von 5.1 mit 5.1.2 (W-Räume und Zufallsexperimente, grundlegende Beispiele) und 5.1.3 (Diskrete und reelle Verteilungen, Verteilungsfunktionen und Dichten).

Mi, 29.5.: Fortsetzung mit 5.1.4 (Zufallsgrößen und ihre Verteilung), 5.1.5 (Erwartungswert), 5.1.6 (Varianz) und 5.1.7 (Bedingte Wahrscheinlichkeit, Unabhängigkeit und Produkträume).

Mo, 3.6.: Abschnitt 5.1 mit 5.1.8 (Die Formel von Bayes) abgeschlossen und Abschnitt 5.2 (Wichtige Ergebnisse der Wahrscheinlichkeitstheorie) begonnen: 5.2.1 (Rechenregeln für Erwartungswert und Varianz), 5.2.2 (Beispiele diskreter Verteilungen und ihre Erwartungswerte; ergänze: „und Varianzen“).

Di, 4.6.: Abschnitt 5.2 abgeschlossen mit 5.2.3 (Beispiele diskreter Verteilungen und ihre Erwartungswerte; ergänze: „und Varianzen“), 5.2.4 (Das Gesetz der großen Zahlen), 5.2.5 (Der Hauptsatz der mathematischen Statistik) und 5.2.6 (Der zentrale Grenzwertsatz).

Mi, 5.6.: Abschnitt 5.3 (Statistik): Die Unterabschnitte 5.3.1 (Beschreibende Statistik – Merkmale und Skalen), 5.3.2 (Kennzahlen der beschreibenden Statistik) und 5.3.3 (Allgemeine Vorbemerkungen zur Beurteilenden Statistik) wurden fast ausschließlich mündlich abgehandelt. Etwas eingehender wurden die letzten drei Unterabschnitte mit den Grundideen der folgenden statistischen Methoden behandelt: 5.3.4 (Punktschätzungen), 5.3.5 (Konfidenzintervalle) und 5.3.6 (Hypothesentests).

Mo, 10.6.: Pfingstmontag, Feiertag

Di, 11.6.: Pfingstdienstag, keine LVen

Mi, 12.6.: Wiederholung und Fragestunde in Hinblick auf die Prüfungsvorbereitung mit Schwerpunkt auf der Hervorhebung der besonders wichtigen Inhalte der Vorlesung.

Mo, 17.6.: Fragestunde zur Prüfung am nächsten Tag.

Di, 18.6.: Prüfung (keine Vorlesung)

Mi, 19.6.: keine Vorlesung mehr

Mo, 24.6., bis Fr, 28.6.: mündliche Prüfungen