

Übungsblatt 1 für Diskrete Methoden

- 1.) Bestimmen Sie mit Hilfe von erzeugenden Funktionen eine Summenformel für

$$\sum_{k=0}^n (k^2 - k).$$

- 2.) Mit Hilfe von erzeugenden Funktionen und unter Zuhilfenahme der Binomialidentität

$$\binom{-r}{k} = (-1)^k \cdot \binom{r+k-1}{k}, \quad \text{für } k \in \mathbb{N} \text{ und } r \in \mathbb{C},$$

finden Sie eine Summenformel für

$$\sum_{k=0}^n \binom{m_1+k}{k} \binom{m_2+n-k}{n-k}, \quad \text{wobei } m_1, m_2, n \in \mathbb{N}.$$

- 3.) Sei $A(z)$ die erzeugende Funktion der Folge $(a_n)_{n \geq 0}$. Wie kann die erzeugende Funktion der Folge

$$(a_0, 0, 0, a_3, 0, 0, a_6, \dots)$$

mit Hilfe von $A(z)$ ausgedrückt werden? Weiters soll als Anwendung ein geschlossener Ausdruck für

$$\sum_{k: k \equiv 0 \pmod{3}} \binom{n}{k}$$

angegeben werden.

- 4.) (a) Bestimmen Sie die erzeugende Funktion der Folge $(a_n)_{n \geq 0} = \left(\binom{2n}{n} \right)_{n \geq 0}$.
(b) Bestimmen Sie die erzeugende Funktion der Folge $(b_n)_{n \geq 0}$, für

$$b_n = \begin{cases} n^2 + n, & \text{für } n \text{ gerade,} \\ \sum_{k=0}^n \frac{1}{k!}, & \text{für } n \text{ ungerade.} \end{cases}$$

- 5.) Auf wie viele Arten kann ein konvexes n -Eck durch Diagonalen in lauter Dreiecke zerlegt werden, wenn keine zwei Diagonalen einander überschneiden dürfen? (Begründete Antwort!)