1. Blatt 2, 2009-10-19

(1) Zeigen Sie: Die Teilformel-Relation ist eine partielle Ordnung auf der Menge L_σ der aussagenlogischen Formeln, und diese Ordnung ist wohlfundiert (d.h. es gibt keine unendlichen (strikt) absteigenden Folgen).

(2) Beweisen Sie, dass die "Induktion nach Formelaufbau" wie auf Seite 10 des Skriptums beschrieben eine korrekte, zulässige Argumentation ist.

(3) Die Wahrheitstabelle der Formel $\phi = (A \wedge B) \vee C$ lautet

A	B	C	ϕ
w	w	w	w
w	w	f	w
w	f	w	w
w	f	f	f
f	w	w	w
f	w	f	f
f	f	w	w
f	f	f	f

Schreiben Sie die Wahrheitstabellen der folgenden Formeln auf:

(a) $A \rightarrow \neg A$

(b) $[(A \rightarrow B) \rightarrow C] \leftrightarrow [(A \wedge B) \rightarrow C]$

(c) $[A \rightarrow (B \rightarrow C)] \leftrightarrow [(A \wedge B) \rightarrow C]$

(4) Ein Satz ϕ heißt erfüllbar, wenn die Satzmenge $\{\phi\}$ erfüllbar ist, d.h. ein Modell hat. Analog für unerfüllbar. Welche der obigen Sätze ϕ ist erfüllbar? Wenn ϕ erfüllbar ist, geben Sie ein Modell von ϕ an. Ein Satz heißt Tautologie, wenn $\emptyset \vDash_\sigma \phi$. Welche der obigen Sätze ϕ ist Tautologie? Zeige: ϕ ist Tautologie genau dann wenn $\neg\phi$ unerfüllbar ist.

(5) ϕ und ψ sind äquivalent, wenn $\phi \leftrightarrow \psi$ eine Tautologie ist. Benütze Wahrheitstabellen um zu zeigen: Jeder Satz ϕ ist äquivalent zu einem Satz ψ in Konjunktiver Normalform: ψ hat die Form $\psi_1 \wedge \psi_2 \wedge \cdots \wedge \psi_n$, und jedes ψ_i hat die Form $A_i^1 \vee A_i^2 \vee \cdots \vee A_i^m$, wobei jedes A_i^j entweder Atomsatz oder Negation eines Atomsatzes ist.