1. Blatt 1, 2009-10-12

(1) Gegeben eine Logik L. Zeige: Es gibt einen *maximalen* Kalkül $K^{\max}$. D.h.: Für jeden Kalkül K, jede Signatur σ und jede L_σ-Satzmenge Σ gilt: $K_\sigma(\Sigma) \subseteq K^{\max}_\sigma(\Sigma)$. Was ist $K^{\max}$? Ist $K^{\max}$ korrekt? Finitär?

(2) Zeige: Es gibt einen *maximalen korrekten* Kalkül $K^{\models}$. D.h.: Für jeden korrekten Kalkül K, jede Signatur σ und jede L_σ-Satzmenge Σ gilt: $K_\sigma(\Sigma) \subseteq K^{\models}_\sigma(\Sigma)$. Was ist $K^{\models}$?

(3) Zeige: Es gibt einen *minimalen* Kalkül $K^{\min}$. D.h.: Für jeden Kalkül K, jede Signatur σ und jede L_σ-Satzmenge Σ gilt: $K_\sigma(\Sigma) \supseteq K^{\min}_\sigma(\Sigma)$. Was ist $K^{\min}$? Ist $K^{\min}$ korrekt? Finitär?

(4) Fixiere eine Menge I und eine Menge von Abbildungen $\bar{f} = \{f_{\sigma,i} : \sigma \text{ Signatur}, i \in I\}$ so daß $f_{\sigma,i} : L_\sigma \times L_\sigma \to L_\sigma$. Def: Ein Kalkül K *setzt* $\bar{f}$ *fort*, wenn für jede Signatur σ und jede L_σ-Satzmenge Σ gilt: Wenn $\phi_1, \phi_2 \in K_\sigma(\Sigma)$ und $i \in I$, dann $f_{\sigma,i}(\phi_1, \phi_2) \in K_\sigma(\Sigma)$. Zeige: Es gibt einen minimalen Kalkül K der $\bar{f}$ fortsetzt. Ist K finitär? Wann ist K korrekt?

(5) Angewendet auf Syllogismen: Fixiere zu jeder Signatur eine Menge von Syllogismen. Sei K der minimale Kalkül, der die gewählten Syllogismen fortsetzt. Ist K finitär? Wann ist K korrekt?

(6) Laut Aristoteles it folgender Syllogismus gültig: $\{Aba, Acb\} \models Ica$. Ist das in useren Definitionen ein gültiger (korrekter) Schluß?