

Analysis für Informatik und Wirtschaftsinformatik

Zusätzliche Übungsaufgaben

Z1) Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ eine Funktion, deren zweite Ableitung existiert. Weiters seien $a, x \in \mathbb{R}$ mit $a < x$ gegeben. Zeigen Sie:

a) Es gibt eine eindeutig bestimmte Zahl y mit

$$f(x) = f(a) + f'(a)(x - a) + y \frac{(x - a)^2}{2}.$$

b) Es gibt eine Zahl ξ mit $a < \xi < x$, sodass

$$f(x) = f(a) + f'(a)(x - a) + f''(\xi) \frac{(x - a)^2}{2}.$$

Verwenden Sie zum Beweis die Hilfsfunktion

$$g(t) := f(x) - f(t) - f'(t)(x - t) - y \frac{(x - t)^2}{2}$$

und den Satz von Rolle.