
Fehlerkorrigierende Codes, Übungen

Sommersemester 2026

Beispiele für die Übung am 27.4.2026

21. Nach dem Muster der binären Hamming-Codes konstruiere man für einen beliebigen endlichen Körper A mit q Elementen einen 1-perfekten Linearcode über A mit r Kontrollstellen, $r \geq 1$.
22. Man zeige, dass der Simplex-Code S_r , das ist der Dualcode des q -nären Hamming-Codes mit r Kontrollstellen (siehe voriges Beispiel), ein Code ist, bei dem je zwei verschiedene Codeworte Hammingdistanz q^{r-1} haben. (Hinweis: Induktion nach r .)
23. Man zeige: Es existiert ein linearer Binärcode C der Länge n mit höchstens r Kontrollstellen und Minimaldistanz mindestens d , wenn folgende Ungleichung erfüllt ist:

$$1 + \binom{n-1}{1} + \dots + \binom{n-1}{d-2} < 2^r \quad (\text{Gilbert-Varshamov Schranke})$$

Wie lässt sich die Aussage im allgemeinen Fall $A = \mathbb{F}_q$ adaptieren?

Hinweis: Man konstruiere eine Kontrollmatrix für C .

24. Man überprüfe jeweils, ob der durch die Generatormatrix G_1 bzw. G_2 gegebene Binärcode zyklisch ist und bestimme in diesem Fall das Generatorpolynom:

$$G_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad G_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

25. Man bestimme alle zyklischen Binärcores der Länge 6.