Fehlerkorrigierende Codes, Übungen

Sommersemester 2023

Beispiele für die Übung am 4.5.2023

26. Man zeige, dass der Dualcode eines zyklischen Codes zyklisch ist und bestimme den Zusammenhang zwischen Generatorpolynom des Codes mit dem Generatorpolynom des dualen Codes.

27. Gegeben sei das Generatorpolynom $g(x) = x^4 + x^2 + x + 1$ eines Binärcodes C der Länge 7. Man zeige $g(x)$ teilt $x^7 - 1$, bestimme Kontrollpolynom $h(x)$ und Generatormatrix des Codes C und bestimme mit Hilfe

    (a) der mit $h(x)$ berechneten Syndrome $s_h(p(x)) = p(x) \cdot h(x) \bmod (x^7 - 1)$,

    (b) der mit $g(x)$ berechneten Syndrome $s_g(p(x)) = p(x) \bmod g(x)$

    Nebenklassenanführer für ein Korrekturschema.

28. (a) Verkürzung eines Codes: Für einen linearen Code C über dem Alphabet A sei der (um eine Stelle) verkürzte Code $C^\#$ definiert durch

    $$C^\# = \{x_2 \dots x_n \mid 0x_2 \dots x_n \in C\}.$$

    Man bestimme die Parameter von $C^\#$.

    (b) Man zeige, dass ein um i Stellen, $1 \le i \le k - 1$, verkürzter Code $C^\#$ eines zyklischen Codes C i.a. nicht zyklisch ist, $C^\#$ allerdings als Ideal im Faktorring $A[x]/(f(x))$ mit geeignetem Polynom $f(x)$ aufgefasst werden kann.

29. Man zeige: Ein zyklischer Binärcode der Länge n mit Generatorpolynom $g(x)$ korrigiert Einfachfehler genau dann, wenn $g(x) \nmid x^i - 1$ für alle i mit $1 \le i \le n - 1$.

    Wie lautet die entsprechende Bedingung, wenn man als Alphabet einen beliebigen endlichen Körper betrachtet?

30. Man konstruiere GF(16) mit Hilfe eines primitiven Polynoms vom Grad 4 über $\mathbb{Z}_2$. Weiters zerlege man $x^{16} - x$ in irreduzible Faktoren über $\mathbb{Z}_2$ und bestimme das Minimalpolynom aller Elemente aus GF(16). Hinweis: Man beachte, dass über $\mathbb{Z}_2$ das Element $\alpha \in \mathrm{GF}(16)$ und α^2 dasselbe Minimalpolynom haben (siehe UE Aufgabe 31).