

---

## Fehlerkorrigierende Codes, Übungen

Sommersemester 2023

---

### Beispiele für die Übung am 27.4.2023

21. Nach dem Muster der binären Hamming-Codes konstruiere man für einen beliebigen endlichen Körper  $A$  mit  $q$  Elementen einen 1-perfekten Linearcode über  $A$  mit  $r$  Kontrollstellen,  $r \geq 1$ .
22. Man zeige, dass der Simplex-Code  $S_r$ , das ist der Dualcode des  $q$ -nären Hamming-Codes mit  $r$  Kontrollstellen (siehe voriges Beispiel), ein Code ist, bei dem je zwei verschiedene Codeworte Hammingdistanz  $q^{r-1}$  haben. (Hinweis: Induktion nach  $r$ .)
23. Man zeige: Es existiert ein linearer Binärcode  $C$  der Länge  $n$  mit höchstens  $r$  Kontrollstellen und Minimaldistanz mindestens  $d$ , wenn folgende Ungleichung erfüllt ist:

$$1 + \binom{n-1}{1} + \dots + \binom{n-1}{d-2} < 2^r \quad (\text{Gilbert-Varshamov Schranke})$$

Wie lässt sich die Aussage im allgemeinen Fall  $A = \mathbb{F}_q$  adaptieren?

Hinweis: Man konstruiere eine Kontrollmatrix für  $C$ .

24. Man überprüfe jeweils, ob der durch die Generatormatrix  $G_1$  bzw.  $G_2$  gegebene Binärcode zyklisch ist und bestimme in diesem Fall das Generatorpolynom:

$$G_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad G_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

25. Man bestimme alle zyklischen Binärcores der Länge 6.